

M-9-2

ШКОЛЬНЫЙ ЭТАП ВСЕРОССИЙСКОЙ
ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ
2017-2018 учебный год

N1 7

1	2	3	4	5	6	Σ
7	7	0	3	0	0	17

$$\sqrt{x^2-4} + \sqrt{12-3x^2} \text{ и } x^2-2x$$

Под корнем выражение не может быть меньше 0. \Rightarrow

$$x^2-4 \geq 0$$

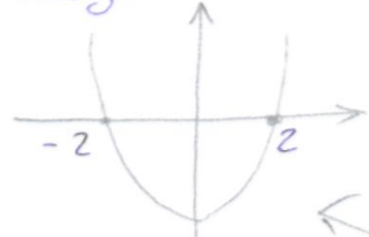
$y = x^2-4$ ветви параболы направлены вверх т.к. $a=1 > 0$.

Проверим дискриминант.

$$x^2-4=0$$

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{4}$$

$$x_{1,2} = \pm 2$$



$y > 0$ при $x \leq -2$; $x \geq 2$.

$$\begin{cases} x \leq -2 \\ x \geq 2 \end{cases}$$

$$12-3x^2 \geq 0 \quad | :3$$

$$4-x^2 \geq 0 \quad | :(-1)$$

$x^2-4 \leq 0$ Аналогичное решение выше

$$y \leq 0 \quad -2 \leq x \leq 2$$



$$x \geq 2, x \leq -2 \Rightarrow x_1 = 2$$

$$-2 \leq x \leq 2 \quad x_2 = -2$$

Проверка подставив x_1 и x_2 в $\sqrt{x^2-4} + \sqrt{12-3x^2}$ и x^2-2x .

$$1) \sqrt{2^2-4} + \sqrt{12-3(2^2)} = 0$$

$$2^2 - 2 \cdot 2 = 0 \quad 0 = 0 \quad \text{— удовлетворяет, } x = 2.$$

$$2) \sqrt{(-2)^2-4} + \sqrt{12-3(-2)^2} = 0$$

$$(-2)^2 - 2 \cdot (-2) = 4 + 4 = 8 \quad 8 \neq 0 \text{ - не удовлетворяется } x = -2.$$

Ответ: $x = 2$.

N2 7

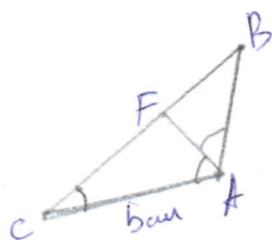
Футбальное поле имеет форму прямоугольника. В прямоугольнике длина больше ширины. Поскольку длина не может быть greater числом, так как ширина не может быть разделена, то ширина : 2.

длина в метрах	ширина (в метрах)	длина (в метрах)	$S_{поле}$ (в м ²)
40	2	$38 : 2 = 19$	$2 \cdot 19 = 38$
	4	$36 : 2 = 18$	$4 \cdot 18 = 72$
	6	$34 : 2 = 17$	$6 \cdot 17 = 102$
	8	$32 : 2 = 16$	$8 \cdot 16 = 128$
	10	$30 : 2 = 15$	$10 \cdot 15 = 150$
	12	$28 : 2 = 14$	$12 \cdot 14 = 168$
	14	$24 : 2 = 12$ - не удовлетворяет т.к. длина > ширина.	

$$S = 14 \cdot 2,5 = 12 \cdot 2,5 = 1050 \text{ м}^2.$$

Ответ: максимальная $S = 1050 \text{ м}^2$.

N4 3



Дано: $\triangle ABC$, $\angle A = 2\angle C$, $AC = 5 \text{ см}$, $BC > AB$ на 2 см .

Найти AB и BC .

- 1) Проверим биссектрису AF .
 - 2) $\triangle AFC$ - равнобедренный т.к. $\angle FAC = \angle C$ (углы при основании) и $\angle A = 2\angle C$.
 - 3) $\triangle ABC \sim \triangle AFB$ по 2 углам $\angle BAF = \angle C$ и общему $\angle B \Rightarrow \frac{AC}{AF} = \frac{AB}{BF} = \frac{BC}{AB}$.
- Пусть $AF = x \Rightarrow FC = x$.